|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Zentralabitur 2024** | **Mathematik** | **Material für Prüflinge** |
| **Prüfungsteil B – Rechnertyp: CAS** | **Stochastik eA** | **Gymnasium Gesamtschule** |

**Name:** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Klasse:** \_\_\_\_\_\_\_\_

Inhaltsverzeichnis

[Aufgabe 2A (25 BE) 3](#_Toc162342572)

[Aufgabe 2B (25 BE) 8](#_Toc162342573)

# Aufgabe 2A (25 BE)

Ein Institut für Ernährungsforschung untersucht die Essgewohnheiten von in Deutschland lebenden Personen einer bestimmten Altersgruppe. Im Folgenden wird davon ausgegangen, dass sich 30 % der Personen der betrachteten Gruppe häufig von Fertiggerichten ernähren.

a) Es werden 500 Personen der betrachteten Gruppe zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich mindestens ein Viertel dieser Personen häufig von Fertiggerichten ernährt. **[3 BE]**

b) Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term  
1 -\sum \limits\_{k =55}^{200} {200 \choose k} \*0,3^k \*0,7^{200 -k} berechnet werden kann.  
Geben Sie dieses Ereignis an. **[4 BE]**

Neben der Ernährung durch Fertiggerichte wird auch der Verzehr von Zucker untersucht. Der Anteil der Personen der betrachteten Gruppe, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren und zu viel Zucker verzehren, beträgt 24 %. Der Anteil der Personen, die zu viel Zucker verzehren, ist unter denjenigen, die sich häufig von Fertiggerichten ernähren, doppelt so groß wie unter denjenigen, die sich nicht häufig von Fertiggerichten ernähren. Aus der betrachteten Gruppe wird eine Person zufällig ausgewählt. Untersucht werden folgende Ereignisse:

**F:** „Die Person ernährt sich häufig von Fertiggerichten.“

**Z:** „Die Person verzehrt zu viel Zucker.“

c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die ausgewählte Person zu viel Zucker verzehrt und sich nicht häufig von Fertiggerichten ernährt, 28 % beträgt.  
**[4 BE]**

d) Stellen Sie den Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. **[3 BE]**

Das Institut untersucht den Anteil der Personen der betrachteten Gruppe, die einen bestimmten zuckerfreien Müsliriegel gegenüber einem vergleichbaren zuckerhaltigen Müsliriegel bevorzugen.

e) Aufgrund früherer Untersuchungen wird von einem Anteil von 35 % ausgegangen. Bei einer Umfrage unter 200 Personen der betrachteten Gruppe gaben 86 Personen an, den zuckerfreien Müsliriegel zu bevorzugen. Abgebildet sind die Graphen der für ∈ [0;1] definierten Funktionen  
f: p \mapsto p -1,96 \*\sqrt{\frac{p \*(1 -p)}{200}}  
und  
g: p \mapsto p +1,96 \*\sqrt{\frac{p \*(1 -p)}{200}}

Geben Sie die Werte von a und b an.  
Interpretieren Sie das Ergebnis der Umfrage im Hinblick auf die Bedeutung des Intervalls a \le y \le b  
(vgl. Abbildung 1).

**Abbildung 1**

y

p

b

a

1

0 0,35 1

Nach der Durchführung einer Werbemaßnahme für den zuckerfreien Müsliriegel möchte das Institut Anhaltspunkte darüber gewinnen, wie groß der Anteil p inzwischen ist. In der betrachteten Gruppe wurden daraufhin n Personen befragt. Die Auswertung ergab, dass etwa 61 % der befragten Personen den zuckerfreien Riegel bevorzugen. Das zugehörige 95 % Konfidenzintervall, dessen Ränder mit den Gleichungen

h =p\_{max} -1,96 \*\sqrt{\frac{p\_{max} \*(1 -p\_{max}}{n}}  
und  
h =p\_{max} +1,96 \*\sqrt{\frac{p\_{max} \*(1 -p\_{max}}{n}}  
ermittelt werden, besitzt eine Länge, die kleiner als 0,1 ist.

f) Zeigen Sie, dass der kleinstmögliche Wert von n zwischen 300 und 400 liegt. **[7 BE]**

# Aufgabe 2B (25 BE)

Bei einer statistischen Erhebung werden in einer deutschen Großstadt die privaten Haushalte mit mindestens einem Kind im Vorschulalter betrachtet. Diese werden im Folgenden als „junge Haushalte“ bezeichnet. Es wird festgestellt, dass 60 % der jungen Haushalte mit mindestens einem Pkw ausgestattet sind und 8 % der jungen Haushalte mit mindestens einem Lastenrad. In 14 % der jungen Haushalte ohne Pkw ist mindestens ein Lastenrad vorhanden.

a) Stellen Sie den beschriebenen Sachverhalt in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar. **[4 BE]**

b) Beurteilen Sie für diese Großstadt die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter junger Haushalt mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet ist, ist bei einem jungen Haushalt ohne Pkw mehr als dreimal so groß wie bei einem jungen Haushalt mit mindestens einem Pkw.

**[4 BE]**

300 junge Haushalte dieser Großstadt werden zufällig ausgewählt.

c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 20 und höchstens 30 dieser Haushalte mit mindestens einem Lastenrad ausgestattet sind.  
**[3 BE]**

d) Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term  
1 -\sum \limits\_{k =201}^{300} {300 \choose k} \*0,6^k \*0,4^{300 -k} berechnet werden kann. **[3 BE]**

Betrachtet werden Vorderrad- und Hinterradreifen für Lastenräder. Die Laufleistung gibt die Gesamtstrecke an, bis ein Reifen unbrauchbar wird. Die Zufallsgröße V beschreibt die Laufleistung in Kilometern (km) der Vorderradreifen eines Herstellers, die Zufallsgröße H die Laufleistung der Hinterradreifen desselben Herstellers. Beide Zufallsgrößen sind normalverteilt. Es gilt:

\mu\_V =6.800 km und \sigma\_v =530 km

\mu\_H =4.600 km und \sigma\_H =480 km

e) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Vorderradreifen eine Laufleistung hat, die um höchstens 600 km vom Erwartungswert für diese Laufleistung abweicht.  
**[3 BE]**

f) Begründen Sie, dass die folgende Aussage für die Vorderrad- und Hinterradreifen wahr ist:

Die Laufleistung, die ein zufällig ausgewählter Vorderradreifen gemäß dem Modell mit der Wahrscheinlichkeit von 90 % übertreffen wird, wird ein zufällig ausgewählter Hinterradreifen nahezu mit Sicherheit unterschreiten.

**[4 BE]**

g) Die Zufallsgröße Z beschreibt die Laufleistung in km der Hinterradreifen eines anderen Herstellers.  
Z wird als normalverteilt mit dem Erwartungswert \mu\_Z und der Standardabweichung \sigma\_Z angenommen.

Die Abbildung stellt den Graphen der Funktion f mit  
f(x) =P(Z \le 1.000 \*x) dar.  
Ermitteln Sie die Werte von\mu\_Z und \sigma\_Z   
jeweils in km. **[4 BE]**



#### Gesamtergebnis

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Aufgabe** | **Mögliche Punkte** | **Erreichte Punkte** |
| **2A** | **25 BE** |  |
| **a)** | **3 BE** |  |
| **b)** | **4 BE** |  |
| **c)** | **4 BE** |  |
| **d)** | **3 BE** |  |
| **e)** | **4 BE** |  |
| **f)** | **7 BE** |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **2B** | **25 BE** |  |
| **a)** | **4 BE** |  |
| **b)** | **4 BE** |  |
| **c)** | **3 BE** |  |
| **d)** | **3 BE** |  |
| **e)** | **3 BE** |  |
| **f)** | **4 BE** |  |
| **g)** | **4 BE** |  |